

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

x_i	Συχνότητα (v_i)	$v_i x_i$	Σχετική Συχνότητα (f_i)	Σχετική Συχνότητα % ($f_i \%$)
1	12			
2	15			
3	8			
4	5			
5	10			
Αθροί- σματα				

α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 19

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

α. Να υπολογίσετε τον πίνακα A^2

Μονάδες 8

β. Να βρείτε τον πίνακα $B = xA + yI$, όπου x, y πραγματικοί αριθμοί και $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y ώστε $A^2=B$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με

$$f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + \sqrt{2}$$

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

γ. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.

Μονάδες 5

δ. Να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}, & x > 3 \\ \lambda^2 x^2 + 3\lambda x + 1, & x \leq 3 \end{cases}$$

όπου λ πραγματικός αριθμός. Να βρείτε:

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

Μονάδες 8

β. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

Μονάδες 5

- γ. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις οποίες η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0=3$.

Μονάδες 12

ΟΛΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι βαθμοί των 11 μαθητών μιας τάξης ενός Τ.Ε.Ε. σε ένα μάθημα είναι:

12, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17.

Για τα δεδομένα αυτά:

α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 5

δ. Να βρείτε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

ε. Να βρείτε τη διακύμανση.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \ln 2 .$$

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

β. Να βρείτε τις τιμές $f'(0)$ και $f'(1)$.

Μονάδες 5

γ. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 12

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 - 1, & x \geq 1 \\ x + 2, & x < 1 \end{cases}$$

όπου λ πραγματικός αριθμός.

α. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

β. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 10

γ. Να υπολογίσετε το λ ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

με $f(x) = \lambda x^3 - x$ όπου λ πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

α. Να βρείτε την τιμή του λ .

Μονάδες 10

β. Για την τιμή του λ που βρήκατε, να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 f(x) dx$.

Μονάδες 7

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές :

$$5, 3, 3\omega, 3, 2\omega, 3, 3\omega, \omega \quad \text{με } \omega > 0$$

α) Αν η μέση τιμή τους είναι $\bar{x}=4$, να αποδείξετε ότι $\omega=2$.

Μονάδες 7

β) Για $\omega=2$ να βρείτε :

i) Το εύρος των τιμών.

Μονάδες 5

ii) Την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 5

iii) Την τυπική απόκλιση.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+6x-7}{x-1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ \lambda - 2, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$$

όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α) Να βρείτε το $f(0)$ και το $f(2)$.

Μονάδες 6

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$.

Μονάδες 10

γ) Να βρείτε το λ , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0=1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + x - 1$ με $x > 0$

α) Να βρείτε το $f(1)$.

Μονάδες 4

β) Να βρείτε την $f'(x)$ και την $f''(x)$.

Μονάδες 14

γ) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα για κάθε $x > 0$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Το ύψος (σε m) που βρίσκεται ένα τηλεκατευθυνόμενο μοντέλο αεροπλάνου, μετά από χρόνο πτήσης t (sec) δίνεται από τη συνάρτηση:

$$f(t) = -3t^2 + 30t \quad , \quad \text{όπου} \quad 0 \leq t \leq 10$$

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α) Σε ποιο ύψος βρίσκεται το αεροπλάνο τη χρονική στιγμή $t=0$;

Μονάδες 5

β) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του ύψους του αεροπλάνου μετά από χρόνο t .

Μονάδες 7

γ) Να βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αεροπλάνο ανεβαίνει, καθώς και το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κατεβαίνει.

Μονάδες 7

δ) Να βρείτε τη χρονική στιγμή t κατά την οποία το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος, καθώς και το ύψος αυτό.

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 09 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1^ο

Εξετάσαμε δείγμα 25 οικογενειών μιας πόλης, ως προς τον αριθμό των παιδιών τους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	Σχ. Συχνότητα (%) $f_i \%$
0	4		
1			
2	5		
3	4		
4	3		
5	2		
Αθροίσματα			

α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 5**

β) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή. **Μονάδες 5**

γ) Να βρείτε τη διάμεσο. **Μονάδες 5**

δ) Τι ποσοστό οικογενειών έχει τρία παιδιά; **Μονάδες 5**

ε) Πόσες οικογένειες έχουν μέχρι και δύο παιδιά; **Μονάδες 5**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} & , x > 9 \\ \lambda x + 3 & , x \leq 9 \end{cases}$

όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x)$ **Μονάδες 12**

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x)$ **Μονάδες 5**

γ) Να βρείτε το λ , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0=9$. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με
 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + \alpha x + \beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f . **Μονάδες 5**

β) Αν $f(1)=0$ και $f(2)=5$, να βρείτε τα α και β . **Μονάδες 10**

γ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα (β), να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ 4^ο

Το άθροισμα του μήκους και του πλάτους ενός οικοπέδου, σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, είναι 200 μέτρα. Αν το μήκος του είναι x μέτρα:

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του x δίνεται από τον τύπο

$$E(x) = -x^2 + 200x.$$

Μονάδες 5

- β) Για ποια τιμή του x το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο;

Μονάδες 10

- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού του οικοπέδου.

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Ερωτήθηκαν 50 μαθητές ενός σχολείου για τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν στις διακοπές. Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	$x_i v_i$
0		11	
1		25	
2		42	
3		47	
4		50	
Αθροίσματα			

α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.

Μονάδες 8

γ) Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

Μονάδες 5

δ) Να βρείτε το εύρος των τιμών.

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , \quad x < -1 \\ \kappa x + \mu & , \quad -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x + 5 + \ln x & , \quad x > 1 \end{cases}$$

όπου κ, μ πραγματικοί αριθμοί

α) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ **Μονάδες 4**

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ **Μονάδες 4**

γ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ **Μονάδες 4**

δ) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ **Μονάδες 4**

ε) Να βρείτε τα κ και μ , ώστε να υπάρχουν ταυτόχρονα
τα $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ **Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, της οποίας η πρώτη παράγωγος έχει τύπο: $f'(x) = x^2 - 2x$.

α) Να δείξετε ότι $f'(0) = 0$ και $f'(2) = 0$.

Μονάδες 4

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.
Μονάδες 6
- γ) Να βρείτε την $f''(x)$.
Μονάδες 6
- δ) Για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει ακρότατα και ποιο είναι το είδος των ακρότατων;
Μονάδες 4
- ε) Αν $f(0) = 2005$, να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f .
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Μια ομάδα βιολόγων προτείνει να ληφθούν μέτρα για τη διάσωση ενός είδους δελφινιών. Μετά την εφαρμογή των μέτρων εκτιμάται ότι ο αριθμός των δελφινιών εκφράζεται από τη συνάρτηση $N(t) = 2t^3 - t^2 + 5t + 1000$, $0 \leq t \leq 10$, όπου t ο χρόνος σε έτη.

- α) Πόσα δελφίνια υπάρχουν κατά την έναρξη εφαρμογής των μέτρων ($t = 0$);
Μονάδες 5
- β) Να βρείτε το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού των δελφινιών.
Μονάδες 8
- γ) Να βρείτε το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού των δελφινιών το δεύτερο έτος.
Μονάδες 7
- δ) Πόσα δελφίνια θα υπάρχουν σε δέκα (10) έτη;
Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλιση τους (s) είναι 4, τότε:

α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 20$.

Μονάδες 7

β) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .

Μονάδες 10

γ) Για την τιμή του α που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

Μονάδες 5

δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = 4x^3 - 12x + 2006, \quad x \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρεθεί η παράγουσα της f .

Μονάδες 8

β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της f για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 8

γ) Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 9

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί και συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \cdot \alpha, & \text{αν } x > 2 \\ 4, & \text{αν } x = 2 \\ \alpha x + \beta, & \text{αν } x < 2 \end{cases} .$$

α) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.

Μονάδες 5

γ) Να υπολογίσετε τα α, β ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 8

δ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα γ, να υπολογίσετε τις τιμές $f(0)$ και $f(3)$.

Μονάδες 4

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Μια βιοτεχνία, μεταξύ άλλων, κατασκευάζει κεραμικά πλακίδια σε σχήμα τριγώνου. Σε κάθε πλακίδιο το άθροισμα της βάσης x και του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση αυτή είναι σταθερό και ισούται με 50cm.

- α) Να δείξετε ότι το εμβαδό E της επιφάνειας κάθε τριγωνικού πλακιδίου δίνεται συναρτήσει του x από τον τύπο

$$E(x) = \frac{1}{2}x(50-x), \quad 0 < x < 50.$$

Μονάδες 8

- β) Για ποια τιμή του x το εμβαδό $E(x)$ γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 12

- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του $E(x)$.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

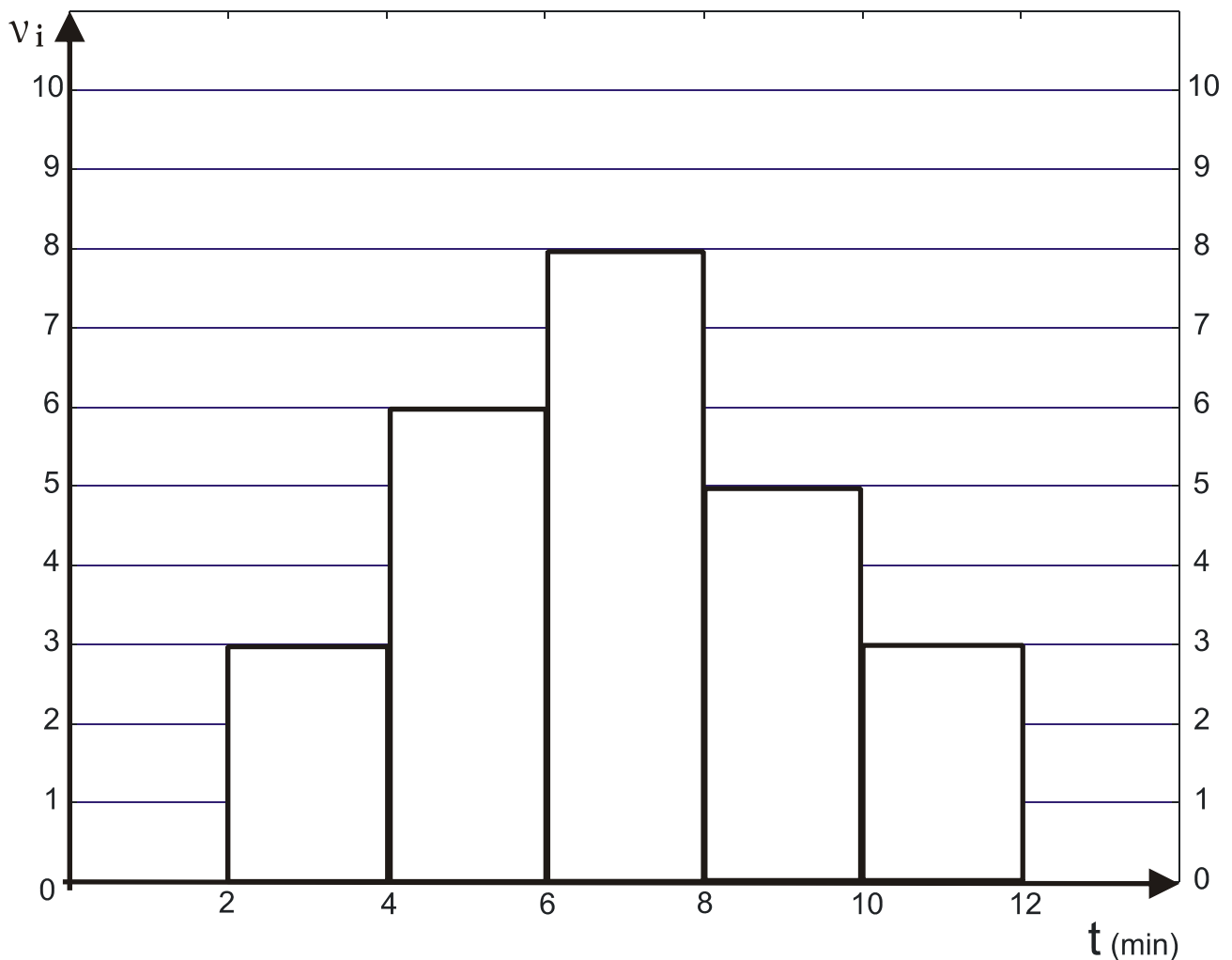
ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



- α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Διάστημα	Συχνότητα n_i	Μέσο διαστήματος K_i	$n_i K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
[2, 4)					
[4, 6)					
[6, 8)					
[8, 10)					
[10,12)					
Αθροίσματα					

Μονάδες 10

β. Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.

Μονάδες 5

γ. Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

Μονάδες 5

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x} & , \quad \text{αν } x < 0 \\ -3 + \beta & , \quad \text{αν } x = 0 \\ e^x - \alpha & , \quad \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ **Μονάδες 8**

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ **Μονάδες 4**

γ. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. **Μονάδες 8**

δ. Για την τιμή $\alpha=4$ να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=0$. **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 + kx + \lambda$, $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0=1$ και το σημείο $A(1,0)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση,

α. να δείξετε ότι $k=-2$ και $\lambda=1$. **Μονάδες 12**

β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f'' της f . **Μονάδες 5**

γ. να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:
 $f(x) + f'(x) + f''(x) > 0$. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 10 \ln x - 5x^2$, $x > 0$.

α. Να βρείτε την παράγωγο f' της f . **Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.
Μονάδες 8
- γ. Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει ακρότατο. Να προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το υπολογίσετε.
Μονάδες 8
- δ. Να δείξετε ότι $f(x) \leq -5$, για κάθε $x > 0$.
Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν:

8, 14, 20, 12, 16

α. Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή.

Μονάδες 4

β. Να προσδιορισθεί η διάμεσος.

Μονάδες 3

γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση.

Μονάδες 6

δ. Να υπολογισθεί το εύρος.

Μονάδες 3

ε. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{\lambda(x-1)}, & \text{αν } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3x-1}, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}$$

όπου $\lambda \neq 0$.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. Να υπολογισθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 10

β. Να υπολογισθεί το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 6

γ. Να υπολογισθεί η τιμή του λ έτσι ώστε η f να είναι συνεχής στη θέση $x_0=1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x)=e^{\lambda x}$, όπου λ πραγματικός αριθμός.

α. Να βρεθούν οι $f'(x)$ και $f''(x)$.

Μονάδες 6

β. Να προσδιορισθούν οι τιμές του λ , ώστε για κάθε πραγματικό αριθμό x να ισχύει:

$$f''(x) - f'(x) - 2f(x) = 0$$

Μονάδες 9

γ. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία όταν
i) $\lambda = 2$,
ii) $\lambda = -1$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2008$,
όπου $x \in \mathbb{R}$.

α. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος f' της f .

Μονάδες 6

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 12

- γ. Να δειχθεί ότι $f(x) \geq 2008$ για κάθε πραγματικό αριθμό x , όπου $x \in [1, +\infty)$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 10.00 π.μ.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΜΑΪΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το πλήθος των τηλεφωνικών κλήσεων που πραγματοποίησαν 25 συνδρομητές μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας.

Πλήθος κλήσεων x_i	Πλήθος συνδρομητών v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)	$x_i \cdot v_i$
2	4				
3	6				
4	5				
5	7				
6	2				
7	1				
Αθροίσματα	25				

α. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του πλήθους των κλήσεων.

Μονάδες 6

γ. Να βρείτε πόσοι συνδρομητές πραγματοποίησαν το πολύ 4 κλήσεις.

Μονάδες 6

δ. Να βρείτε το ποσοστό των συνδρομητών που πραγματοποίησαν τουλάχιστον 5 κλήσεις.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + 12}{x - 6} & , \text{ αν } x > 6 \\ 3\lambda - 5 & , \text{ αν } x = 6 \\ e^{x-6}(2x - \mu) & , \text{ αν } x < 6 \end{cases}$$

όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

α. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$

Μονάδες 8

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$

Μονάδες 5

γ. Να υπολογίσετε την τιμή του μ έτσι ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

Μονάδες 6

δ. Για $\mu=8$ να βρείτε τον αριθμό λ έτσι ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=6$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \frac{x-2}{e^x}, \text{ με } x \in \mathbb{R}$$

α. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

γ. Να αποδείξετε ότι για $x=3$ η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο ίσο με $\frac{1}{e^3}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + \lambda x - 2 - \lambda$, όπου $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(0, -5)$ και η συνάρτηση f για $x=1$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο, τότε:

α. Να βρείτε τις τιμές των k και λ

Μονάδες 13

β. Για $k=2$ και $\lambda=3$,

i. να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 6

ii. να βρείτε την τιμή και το είδος των ακροτάτων της f .

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 18.00.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

Οι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

$$2, 6, 6+x, 11, 11, 12+x$$

όπου $x \in \mathbb{R}$.

A1. Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να αποδείξετε ότι $x=3$.

Μονάδες 5

Για $x=3$,

A2. να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών,

Μονάδες 4

A3. να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την επικρατούσα τιμή τους,

Μονάδες 4

A4. να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών και

Μονάδες 8

A5. να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 4

(Δίνεται $\sqrt{17} \approx 4,12$).

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x + 3x - \lambda, & 0 < x < 1 \\ \mu^2 + 1, & x = 1 \\ \frac{x - x^2}{1 - \sqrt{x}}, & x > 1 \end{cases}$$

όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

B3. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Μονάδες 4

B4. Για $\lambda=1$ να βρεθεί για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο $x_0=1$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = e^x (x^2 - 3)$, $x \in \mathbb{R}$

Γ1. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

Γ2. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

Γ3. Για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα; Να προσδιορίσετε το είδος τους και να υπολογίσετε τις τιμές τους.

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f με $f'(x) = x^2 - 3x + \lambda$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 1$, να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός λ .

Μονάδες 10

Για $\lambda = 2$,

Δ2. να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και το είδος των ακροτάτων,

Μονάδες 7

Δ3. να συγκριθούν μεταξύ τους οι τιμές της συνάρτησης για $x_1 = \frac{6}{5}$ και $x_2 = \frac{3}{2}$, καθώς επίσης και οι τιμές της συνάρτησης για $x_3 = 4$ και $x_4 = 6$.

Μονάδες 8

ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τις ερωτήσεις να μην τις αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα. Να μη χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις **18:00**.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται εύρος μιας μεταβλητής;

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή (μέσος όρος) υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές. (Μονάδες 2)

β) Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και είναι $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$
αντίστοιχα, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = l_1 \cdot l_2$

(Μονάδες 2)

γ) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}$$

(Μονάδες 2)

δ) Ισχύει ότι $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \sigma \nu \beta - \sigma \nu \alpha$ (Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- ε) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) και $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο (α, β) . (Μονάδες 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $(\ln x)' = \dots\dots\dots$, με $x > 0$ (Μονάδες 3)

β) $(\eta \mu x)' = \dots\dots\dots$ (Μονάδες 3)

γ) Αν f συνεχής στο \mathbb{R} με $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}, & \text{αν } x < 4 \\ \alpha & \text{αν } x = 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} - 3, & \text{αν } x > 4 \end{cases}$$

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ (Μονάδες 10)

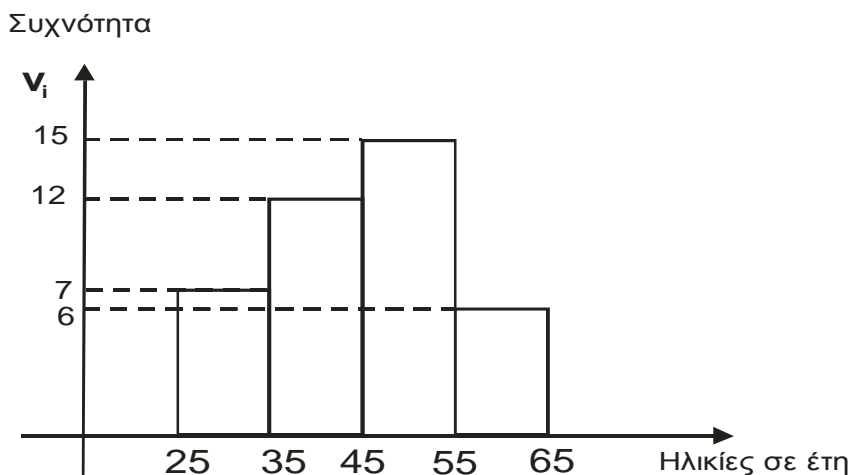
B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ (Μονάδες 10)

B3. Να βρείτε για ποια τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο $x_0 = 4$. (Μονάδες 5)

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση.



Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα.

Ηλικίες (,)	Μέσο διαστήματος K_i	Συχνότητα v_i	$K_i \cdot v_i$	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[25,35)					
[35,45)					
[45,55)					
[55,65)					
Σύνολα					

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.

Μονάδες 5

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;

Μονάδες 5

Γ4. Τί ποσοστό εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35 ετών;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ με $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 6**

Δ2. Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $I = \int_1^3 f'(x) dx$

Μονάδες 6

Δ4. Αν $g(x) = 3x^2 - 12x + 9$ με $x \in \mathbb{R}$, να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=3$. **Μονάδες 8**

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.30 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται διάμεσος δ ενός δείγματος n παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . (Μονάδες 2)

β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μονάδες 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$. Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx, \text{ με } \alpha < \gamma < \beta. \text{ (Μονάδες 2)}$$

δ) Ισχύει ότι: $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $x > 0$ (Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με συνεχείς παραγώγους f', g' . Τότε ισχύει ότι:
- $$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx \quad (\text{Μονάδες } 2)$$

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ με $\beta > \alpha > 0$ (Μονάδες 3)

β) Έστω συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(A) \subseteq B$. Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε $x \in A$ και η g παραγωγίσιμη σε κάθε $f(x) \in B$, τότε η σύνθεσή τους $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει ότι:

$(g \circ f)'(x) = \dots$ (Μονάδες 3)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$ με c σταθερά και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος x_i	Μαθητές v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	κ			
5	$2\kappa+1$			
Σύνολα	$v=25$		100	

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

B1. Να υπολογίσετε τον αριθμό κ

Μονάδες 4

B2. Για $\kappa=3$ να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 8

B3. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και να βρείτε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

Μονάδες 10

B4. Για $\kappa=3$ να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & \text{αν } x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Γ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Μονάδες 10

Γ3. Να υπολογίσετε τα α και β , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$ και η γραφική παράσταση της f να διέρχεται από το σημείο $A(-1,2)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Δ1. Να βρείτε την παράγουσα F της f , αν $F(0)=1$.

Μονάδες 5

Δ2. Αν $F(x)=x^3-x^2-x+1$, $x \in \mathbb{R}$ να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της F .

Μονάδες 8

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $F(2011)$ και $F(2012)$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=1$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ